СТАТЬИ

Рациональная методология оценки параметрической неопределенности, использованная в ВАБ Калининской и Нововоронежской АЭС

С.О. Волковицкий, А.В. Любарский, В.С. Солдатов, Е.В. Жукова
(НТЦ ЯРБ)

В статье описываются рациональные методы построения распределений параметров надежности элементов, которые использовались для количественной оценки аварийных последовательностей при проведении вероятностных анализов безопасности (ВАБ) блока 1 Калининской АЭС и блока 5 Нововоронежской АЭС с реакторами ВВЭР-1000.

1. Оценка интенсивностей и вероятностей отказов элементов

1.1. Методы обработки данных

Методы анализа данных, использованные при проведении упомянутых исследований, основаны на Байесовской интерпретации вероятности [1,2]. Теорема Байеса позволяет получить плотность апостериорного распределения $f(r|s)$, выражающую степень субъективной уверенности относительно значения представляющего интерес параметра r на основании достоверной информации s. При этом нужно иметь некоторое априорное распределение $f(r)$, либо априорную оценку параметра r_0.

Стандартный подход обработки данных, применяемый в большинстве современных ВАБ, состоит в следующем:

- Получение обобщенных (априорных) данных об интересующих параметрах.
- Получение специфических (достоверных) данных, т.е. основанных на информации с конкретного рассматриваемого объекта.
- Применение Байесовского метода статистической оценки (объединения обобщенных и специфических данных).

1.2. Обобщенные данные

Для проведения ВАБ была предоставлена обобщенная база данных по надежности оборудования, подготовленная на основе анализа эксплуатационной информации блоков 1–4 Балаковской АЭС с реакторами ВВЭР-1000 за суммарный период более 26 реакторо-лет. Но в этой базе данных отсутствовали исходные, "сырые", данные (т.е. число отказов элементов, полные наработки элементов, периоды ожидания и т.д.), а имелись лишь точечные (средние) оценки интенсивностей и вероятностей отказов элементов. По этой причине были разработаны специальные алгоритмы обработки таких "интегральных" данных и реализующие эти алгоритмы коды для IBM PC (см. раздел 1.3). Среди интегральных данных встречались и обобщенные данные МАГАТЭ (IAEA-TECDOC-508) и другие агрегированные данные (NUREG/CR-4639 EGG-2458).

Основной идеей обработки интегральных данных является построение соответствующих распределений оцениваемых параметров надежности для гомогенных групп элементов (Гамма-распределение для интенсивностей отказов и Бета-распределение для вероятностей отказов на требование). Эти распределения дают возможность найти средние и интервальные (доверительные) обобщенные оценки интересующих параметров. Краткое описание построения таких распределений приводится ниже.

1.3. Обработка интегральных данных

Если информация о надежности элемента дается не в виде «сырых» данных, таких как полная наработка элемента, число отказов элемента, общее число требований на запуск элемента и число отказов при запуске, а в форме оценок параметров надежности для похожих (может быть идентичных) элементов из гомогенной группы элементов (такие группы определяются экспертами, аналитиками систем), то предлагается следующий способ нахождения средних и интервальных оценок параметров надежности для каждой группы элементов.

1. Оценка обобщенной интенсивности отказов λ. Предположим, что имеется $\{\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n\}$ – совокупность оценок интенсивностей отказов из некоторой гомогенной группы элементов, схожих с рассматриваемым элементом. Естественно предположить, используя фидуциарный подход [1,2], что истинное значение λ имеет Гамма-распределение $G(\lambda; x, y)$ с неизвестными параметрами (x, y). Таким образом, выборочное среднее значение для λ и ее дисперсия σ^2 могут быть оценены как:

$$\lambda_{\text{ср}} = \frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \ldots + \lambda_n}{n}; \qquad (1)$$

$$\sigma^2 = \sum_i^n (\lambda_i - \lambda_{\text{ср}})^2 / n \; . \qquad (2)$$

Чтобы найти доверительный интервал для λ, поступим следующим образом. Известно, что среднее значение распределения $G(\lambda; x,y)$ есть x/y, а его дисперсия – x/y^2. Тогда можно составить следующую систему уравнений для нахождения x и y:

$$\begin{cases} x/y = \lambda_{\text{ср}} \\ x/y^2 = \sigma^2, \end{cases} \qquad (3)$$

где $\lambda_{\text{ср}}$ и σ^2 вычисляются по формулам (1)–(2).

Известны следующие распределения:

$$G(\xi; k/2, 1/2) = \chi^2(k), \qquad (4)$$

где:

$G(\xi; k/2, 1/2)$ – Гамма-распределение случайной величины ξ;

$\chi^2(k)$ – распределение Хи-квадрат с k степенями свободы.

Следствием этой теоремы являются следующие интервальные, доверительные оценки для λ:

$$\lambda_{0,05} = \chi^2_{0,05}(2[x])/2y, \qquad (5)$$

$$\lambda_{0,95} = \chi^2_{0,95}(2[x])/2y, \qquad (6)$$

где $[x]$ есть ближайшее к x целое число справа.

Очевидно, что

$$x = \lambda^2_{\text{ср}}/\sigma^2 \;\text{ и }\; y = \lambda_{\text{ср}}/\sigma^2 \qquad (7)$$

являются решениями системы уравнений (3).

Таким образом, формулы (1), (5), (6) и (7) полностью определяют среднюю и интервальную оценки для обобщенной интенсивности отказов λ элемента энергоблока, входящего в данную гомогенную группу (для этого элемента никакая оценка не входила в совокупность $\{\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n\}$).

2. Оценка обобщенной вероятности отказа элемента на требование P. Средняя и интервальная оценки для P выполняются с использованием совокупности оценок $\{P_1, P_2, ..., P_n\}$ из гомогенной группы элементов, схожих с рассматриваемым элементом, способом, аналогичным приведенному выше. Но в этом случае аппроксимирующим распределением для P будет не Гамма-, а Бета-распределение $B(P; x, y)$.

Сводка расчетных формул без доказательств дается ниже:

$$P_{\text{ср}} = (P_1 + P_2 + \ldots + P_n)/ n; \qquad (8)$$

$$P_b = \frac{F_b(2[x];2[y])}{F_b(2[x];2[y]) + x/y}, \qquad (9)$$

где b = 0,05 или 0,95 для интервальных оценок P_b и $F_b(k, n)$ есть b-квантиль для F- распределения с k и n степенями свободы;

$$x = P^2_{\text{ср}}(1 - P_{\text{ср}}) / \sigma^2 - P_{\text{ср}}; \qquad (10)$$

$$y = P_{\text{ср}}(1 - P_{\text{ср}})^2 / \sigma^2 - 1 + P_{\text{ср}}; \qquad (11)$$

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} (P_i - P_{\text{ср}})^2 / n \, .$$

1.4. Специфические данные

Специфическая база данных содержит информацию об отказах элементов анализируемого энергоблока за определенный период нормальной эксплуатации, например, для энергоблока 1 Калининской АЭС это был период наблюдений с 1993 г. по 1999 г. Для обновления обобщенных данных специфической информацией с анализируемого энергоблока была разработана оригинальная версия процедуры Байесовского статистического оценивания (см. раздел 1.5). Ее смысл состоит в построении рациональным образом апостериорного распределения оцениваемого параметра надежности с использованием результатов наблюдения (специфических данных), когда априорное распределение полностью или частично определено

Гамма- или Бета-распределениями, построенными для аппроксимации обобщенных данных (см. раздел 1.3). Краткое описание такой процедуры оценки параметров надежности приводится ниже.

1.5. Байесовская процедура обновления обобщенных данных

1. Оценка интенсивности отказов. Пусть время до первого отказа элемента имеет экспоненциальное распределение. Если интенсивность отказов элемента равна λ, тогда число отказов элемента n за полное время наблюдения T (например, для режима работы T есть суммарная наработка элемента, включая работу во время опробований) имеет Пуассоновское распределение:

$$P(n,T\,|\,\lambda)=\frac{(\lambda T)^n e^{-\lambda T}}{n!},\ n = 0,\ 1,\ 2\ldots \quad (12)$$

Представляющий интерес параметр λ и нашу априорную уверенность в отношении истинного значения этого параметра можно описать Гамма-распределением, которое является сопряженным к распределению (12) и традиционно используется в указанном смысле. Плотность априорного Гамма-распределения величины λ с параметрами $x+1$ и y задается известной формулой:

$$h(\lambda)=\frac{y^{x+1}\lambda^x e^{-\lambda y}}{G(x+1)},\ \text{при}\ \lambda>0,\ x\ge 0,\ y\ge 0, \quad (13)$$

где $G(.)$ – Гамма-функция, а x и y определяются формулой (7).

Если число отказов элемента за время T равно n, то плотность апостериорного распределения λ находится по теореме Байеса следующим образом:

$$f(\lambda\,|\,n,T)=\frac{h(\lambda)P(n,T\,|\,\lambda)}{\int_0^\infty h(\lambda)P(n,T\,|\,\lambda)d\lambda}, \quad (14)$$

или, принимая во внимание (12)–(13),

$$f(\lambda\,|\,n,T)=\frac{(y+T)^{x+n+1}}{G(x+n+1)}\lambda^{x+n}e^{-\lambda(y+T)}, \quad (15)$$

что является плотностью Гамма-распределения с параметрами $(x+n+1)$ и $(y+T)$.

Тогда Байесовская точечная средняя оценка λ вычисляется как:

$$\lambda_B=\int_0^\infty \lambda f(\lambda\,|\,n,T)d\lambda=\frac{x+n+1}{y+T}. \quad (16)$$

Как известно, распределение Хи-квадрат $\chi^2(k)$ является Гамма-распределением с параметрами $k/2$ и $1/2$ (см. теорему из раздела 1.3). Таким образом, интервальные оценки $(1-b)100\%$-ного уровня доверия могут быть найдены как:

$$\lambda_B^{\text{ниж}}=\frac{\chi_b^2[2(x+n+1)]}{2(y+T)}<\lambda<\frac{\chi_{1-b}^2[(2(x+n+1)]}{2(y+T)}=\lambda_B^{\text{верх}}, \quad (17)$$

где $\chi^2_q(k)$ – $q100\%$-ная точка распределения Хи-квадрат.

2. Оценка вероятности отказа на требование. Для элементов, которые находятся в режиме ожидания, необходимо оценить вероятности отказов на требования. В этом случае мы имеем следующую модель для последующего Байесовского оценивания (по вышеприведенной схеме):

N – полное число фактических требований элемента за период наблюдения;

n – фактическое число отказов элемента на требования за этот период;

P – вероятность отказа элемента на требование, которая является искомым параметром для оценки по Байесу.

Очевидно, что случайная величина n имеет биномиальное распределение с плотностью:

$$g(n,N\,|\,P)=C_N^n(1-P)^{N-n}P^n\ \text{при}\ n = 0,\ 1,\ 2\ldots\ \text{и}\ N>n. \quad (18)$$

Априорное распределение для величины P, сопряженное с распределением (18), является Бета-распределением [1, 2] с плотностью:

$$h(P)=\frac{(1-P)^{x-1}P^{y-1}}{B(x,y)}\ \text{при}\ x\ge 0,\ y\ge 0, \quad (19)$$

где $B(.)$ есть Бета-функция,

$B(x,y)=\dfrac{G(x+y)}{G(x)G(Y)}$, а x и y определяются формулами (10) и (11).

По теореме Байеса мы можем найти плотность апостериорного распределения, которое является Бета-распределением с параметрами $(x+n,\ y+N-n)$, а Байесовская точечная средняя оценка (т.е. среднее этого распределения) дается формулой (все промежуточные выкладки опущены):

$$P_B = \frac{x+n}{x+y+N}. \quad (20)$$

Верхняя и нижняя оценки для P даются более сложной формулой:

$$P_b = \frac{F_b[2(x+n);2(y+N-n)]}{F_b[2(x+n);2(y+N-n)]+(x+n)/(y+N-n)}, \quad (21)$$

где $F_b(l;m)$ – b100%-ная точка F-распределения с l и m степенями свободы.

3. Альтернативный вариант оценки λ или *P*. В некоторых случаях (например, если дисперсия обобщенного распределения λ или P окажется очень большой) может быть использован метод Байесовского оценивания в условиях частичной априорной определенности [2].

Предположим, что известна априорная оценка интенсивности отказов λ_0 при T = 0, n = 0. Найдем оптимальные значения параметров x и y для λ_B в выражении (16), используя минимаксный подход (см. также [2]), который приводит к следующей задаче условной оптимизации:

найти

$$\min \max_{x,y} \int_0^\infty (\lambda_B - \lambda)^2 f(\lambda \mid n, T) d\lambda \quad (22)$$

при ограничении

$$\int_0^\infty \lambda f(\lambda \mid 0,0) d\lambda = \lambda_0. \quad (23)$$

После необходимых подстановок и вычислений в формулах (22), (23) (см. также [2]), получим следующую простую задачу условной оптимизации:

$$\max_{x,y}\{\frac{x+n+1}{(y+T)^2} \mid \frac{x+1}{y} = \lambda_0\}. \quad (24)$$

Нетрудно установить, что решением задачи (24) является

$$(x^*, y^*) = \begin{cases} (0, 1/\lambda_0), \text{если } \lambda_0 < (2n+1)/T \\ (\lambda_0 T - 2n - 1, T - 2n/\lambda_0) \text{ если } \lambda_0 > (2n+1)/T. \end{cases} \quad (25)$$

Затем оптимальные Байесовские точечная средняя и интервальные доверительные оценки могут быть вычислены по формулам (16) и (17) с использованием значений (25). Что касается априорной оценки λ_0, то она может быть вычислена по формуле (1).

Если же имеются "сырые" данные по гомогенной группе элементов, а именно полные наработки элементов $\{T_i\}$ и полные количества отказов $\{n_i\}$ за время их наблюдения, то более разумной является следующая априорная оценка $\lambda_0 = \Sigma n_i / \Sigma T_i$, т.е. элементы из группы агрегируются в один "обобщенный" элемент.

Аналогичный подход к нахождению оптимальных значений x^* и y^* для P в (20) с помощью минимаксного принципа приводит к более сложной, чем (24), задаче условной оптимизации:

$$\max_{x,y}\{\frac{(x+N-n)(y+n)}{(x+y+N)^2(x+y+N+1)} \mid \frac{x}{x+y} = P_0\}, \quad (26)$$

где P_0 есть априорная оценка вероятности на требование для рассматриваемого элемента при n = 0, N = 0.

Для решения этой задачи проведен специальный математический анализ и разработан алгоритм (см. [2]), который закодирован для IBM PC, но его описание для краткости опущено. Что касается априорной оценки P_0, то она может быть вычислена по формуле (8). При наличии "сырых" данных по гомогенной группе элементов, а именно полного количества требований элементов $\{N_i\}$ и полного количества отказов на требования $\{n_i\}$ за время наблюдения, то более разумной была бы априорная оценка $P_0 = \Sigma n_i / \Sigma N_i$, т.е. при этом элементы из группы агрегируются в один "обобщенный" элемент.

2. Использование методологии для оценки других параметров

Под интенсивностью отказов λ в методологии, приведенной выше, может пониматься не только интенсивность отказов элемента при работе, но и в режиме ожидания, а также частота (интенсивность) инициирующих событий и частота (интенсивность) восстановления элемента (ремонта), которая требуется для расчета неготовности элемента из-за вывода его на техническое обслуживание (отметим, что в ВАБ обычно поток таких событий считается Пуассоновским). Под вероятностью отказа элемента на требование P может пониматься отказ насоса на запуск, отказ на открытие или закрытие клапанов, а также в ряде случаев может рассматриваться вероятность ошибки персонала при выполнении некоторого действия. Все этапы (и соответственно расчетные формулы) обобщенной оценки таких параметров и их Байесовского обновления специфическими данными, полученными с анализируемого энергоблока, сохраняются. Интерпретация переменных в формулах для каждого конкретного случая ввиду ее очевидности для краткости опускается.

Ниже в таблице представлены значения интенсивностей и вероятностей отказов элементов для блока 1 Калининской АЭС, полученные после Байесовского обновления обобщенных данных, где нижние и верхние границы являются 5% и 95% квантилями соответствующих апостериорных распределений.

3. Примеры расчетов

Интенсивности и вероятности отказов элементов

Элемент	Оценки			
	Обобщенная	Байесовская	Нижняя	Верхняя
Электроприводной клапан				
Отказ на открытие (на требование)	2.1E-3	3.6E-3	2.3E-3	5.2E-3
Останов мотора (в час)	8.2E-7	2.2E-6	1.1E-7	3.8E-6
Пневмоприводной клапан				
Отказ на открытие (на требование)	1.3E-4	4.4E-4	1.2E-4	8.0E-4
Обратный клапан				
Отказ на открытие (на требование)	5.8E-5	2.1E-4	1.1E-4	6.4E-4
Дизель-генератор				
Отказ на запуск (на требование)	1.1E-2	2.9E-2	4.9E-3	9.2E-2
Отказ при работе (в час)	2.7E-3	6.3E-3	1.3E-3	1.5E-2
Аварийный насос впрыска				
Отказ на запуск (на требование)	2.3E-3	5.7E-3	2.1E-3	9.8E-3
Отказ при работе (в час)	3.4E-5	4.2E-5	1.8E-6	7.0E-5
Аварийный насос охлаждающей воды				
Отказ на запуск (на требование)	2.6E-3	3.9E-3	1.6E-3	7.2E-3
Отказ при работе (в час)	5.5E-5	6.4E-5	2.8E-5	1.2E-4
Вспомогательный питательный насос				
Отказ на запуск (на требование)	4.7E-3	3.3E-3	1.4E-3	6.0E-3
Отказ при работе (в час)	5.3E-4	5.5E-4	8.5E-5	8.1E-5
Трансформатор (6 кВ)				
Отказ при работе (в час)	1.3E-6	1.0E-6	1.8E-7	2.4E-6
Трансформатор (до 6 кВ)				
Отказ при работе (в час)	4.9E-7	8.0E-7	1.4E-7	1.9E-6

4. Ссылки

1. Капур К., Ламберсон Л. Надежность и проектирование систем. – М.: Мир. 1980. –604 с.
2. Савчук В.П. Байесовские методы статистического оценивания: Надежность технических объектов. – М.: Наука. 1989. –323 с.
3. Kouzmina I., Soldatov V., etc. Data Collection and Processing for Use in VVER PSAS Level-1. International Conference "Reliability Data Collection". Toronto, Canada, May 1995.