

## МЕТОД СТАТИСТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА КОЛИЧЕСТВА “НЕИЗМЕРЕННЫХ ПОТЕРЬ” ЯДЕРНЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЯХ

Н. Ф. Андрюшин, В. С. Кирсанов, О. В. Сопов (НТЦ ЯРБ)

При проведении физической инвентаризации и подведении баланса в зонах баланса материалов (далее – ЗБМ) производственных подразделений возникает необходимость определения с заданной достоверностью количества потерь ядерных материалов (далее – ЯМ), которые по тем или иным причинам не могли быть измерены, так называемых “неизмеренных потерь”. Это количество ЯМ не может быть измерено непосредственно, например, прямым взвешиванием, так как неизвестно, где оно находится после образования потерь. Знать количество “неизмеренных потерь” также необходимо при назначении нормы потерь во время выполнения различных технологических операций с ЯМ.

Ниже приведена методика, позволяющая определить “неизмеренные потери” с заданной достоверностью по результатам учетных измерений учетных единиц (далее – УЕ) входных и выходных продуктов данной технологической операции.

На рисунке представлена структурная схема технологической операции, в процессе выполнения которой образуются “неизмеренные потери” ЯМ.

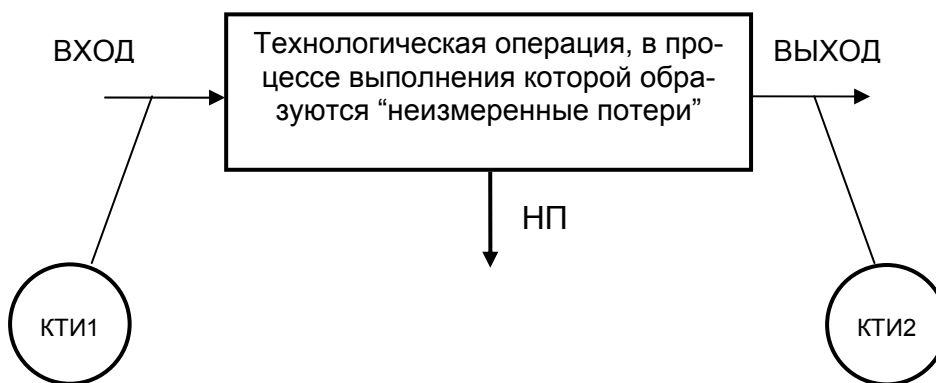


Схема ЗБМ:

ВХОД – поступление УЕ исходного сырья для переработки; ВЫХОД – выход УЕ готового продукта; НП – “неизмеренные потери”; КТИ1, КТИ2 – ключевые точки измерения

Обозначим:

$M_{\text{вх}}$  – количество (масса) входного продукта;

$M_{\text{вых}}$  – количество (масса) выходного продукта;

$M_{\text{НП}}$  – количество (масса) “неизмеренных потерь”.

Исходя из общих соображений, запишем:

$$M_{\text{вх}} - M_{\text{вых}} = M_{\text{НП}} \quad (1)$$

Сформулируем следующий ряд требований, которые необходимо выполнить, чтобы полученная оценка количества “неизмеренных потерь” была совместима с данными, входящими в уравнение баланса и в уравнение, определяющее ошибку (допустимое значение) инвентаризационной разницы:

- входной и выходной продукты должны быть сформированы в УЕ. Количество УЕ для проведения анализа “неизмеренных потерь” должно образовывать представительные выборки случайных величин, подчиняющиеся нормальному закону распределения;

- технологический процесс должен отвечать требованиям установившегося производства;
- должны быть определены требования к достоверности оценки “неизмеренных потерь”, совместимые с требованиями к достоверности оценки ИР.

Воспользуемся приведенным в работе [1] выражением для оценки математического ожидания случайной величины, подчиняющейся нормальному закону распределения:

$$\bar{X} = \left( \sum_{i=1}^n x_i \right) / n, \quad (2)$$

где  $\bar{X}$  – оценка математического ожидания случайной величины;

$\sum_{i=1}^n x_i$  – сумма реализаций случайной величины в выборке;

$n$  – число реализаций случайной величины в выборке (количество УЕ в выборке).

Перепишем выражение (2) в виде:

$$\bar{X}n = \sum_{i=1}^n x_i = M_{\text{ВХ}}(M_{\text{ВЫХ}}; M_{\text{НП}}). \quad (2')$$

Из выражения (2') следует, что для выборки значений случайной величины, подчиняющейся нормальному закону распределения, общее количество продукта подсчитывается как произведение оценки математического ожидания случайной величины на количество УЕ в выборке.

Используя выражение, определяющее связь между выборочным и генеральным (действительным) значениями математического ожидания, приведенное в работах [2, 3], запишем для интервальной оценки общего количества продукта с заданной вероятностью:

$$n(\bar{X} - t_{\alpha,k} S/\sqrt{n}) < na < n(\bar{X} + t_{\alpha,k} S/\sqrt{n}) \quad (3)$$

или, раскрыв скобки:

$$n\bar{X} - nt_{\alpha,k} S/\sqrt{n} < na < n\bar{X} + nt_{\alpha,k} S/\sqrt{n}, \quad (3')$$

где  $a$  – генеральное значение математического ожидания массы продукта в УЕ;

$S$  – выборочное значение среднего квадратического отклонения массы продукта в УЕ;

$t_{\alpha,k}$  – значение коэффициента Стьюдента для заданных значений вероятности  $\alpha$  и числа степеней свободы  $k = n - 1$ .

Статистическую ошибку  $\Delta$  оценки общего количества продукта из выражения (3') запишем как:

$$\Delta = \pm n St_{\alpha,k} / \sqrt{n}. \quad (4)$$

Используя выражения (1), (2) и (3), запишем:

$$\bar{X}_{\text{ВХ}} n_{\text{ВХ}} - \bar{X}_{\text{ВЫХ}} n_{\text{ВЫХ}} = M_{\text{НП}}, \quad (5)$$

где  $\bar{X}_{\text{ВХ}}$  – оценка математического ожидания массы входного продукта в УЕ;

$n_{\text{ВХ}}$  – количество УЕ входного продукта;

$\bar{X}_{\text{ВЫХ}}$  – оценка математического ожидания массы выходного продукта в УЕ;

$n_{\text{ВЫХ}}$  – количество УЕ выходного продукта.

Для удобства распространения действия выражения (5) на любое количество входного продукта нужно разделить его левую и правую части на количество входного продукта и умножить на 100. В этом случае результат будет выражен в процентах:

$$100(\bar{x}_{\text{ВХ}} n_{\text{ВХ}} - \bar{x}_{\text{ВЫХ}} n_{\text{ВЫХ}}) / \bar{x}_{\text{ВХ}} n_{\text{ВХ}} = 100M_{\text{НП}} / \bar{x}_{\text{ВХ}} n_{\text{ВХ}} = \text{НП} .$$

(6)

Здесь НП – масса “неизмеренных потерь” продукта по отношению к массе входного продукта, %.

Принимая во внимание, что оценки погрешностей входного и выходного продуктов – независимые случайные величины, запишем для ошибки оценки “неизмеренных потерь”:

$$\Delta_{\text{НП}} = \sqrt{\Delta_{\text{ВХ}}^2 + \Delta_{\text{ВЫХ}}^2} . \quad (7)$$

С учетом (4) запишем:

$$\Delta_{\text{НП}} = \sqrt{\left(n_{\text{ВХ}} S_{\text{ВХ}} t_{\alpha,k} / \sqrt{n_{\text{ВХ}}}\right)^2 + \left(n_{\text{ВЫХ}} S_{\text{ВЫХ}} t_{\alpha,k} / \sqrt{n_{\text{ВЫХ}}}\right)^2} . \quad (8)$$

В выражении (8) приняты следующие обозначения:

$\Delta_{\text{НП}}$  – ошибка оценки “неизмеренных потерь”;

$n_{\text{ВХ}}$  – количество УЕ входного продукта, рассчитанное в соответствии с приложением к руководству по безопасности [4] или работами [5, 6] для нормального закона распределения при заданных значениях вероятности и предельной относительной ошибки;

$S_{\text{ВХ}}$  – значение выборочного среднего квадратического отклонения количества ЯМ (продукта) в УЕ входного продукта;

$t_{\alpha,k}$  – значение коэффициента Стьюдента для заданных значений вероятности  $\alpha$  и числа степеней свободы  $k = n - 1$ ;

$n_{\text{ВЫХ}}$  – количество УЕ выходного продукта, полученное в результате технологической переработки расчетного количества входного продукта;

$S_{\text{ВЫХ}}$  – значение выборочного среднего квадратического отклонения количества ЯМ (продукта) в УЕ выходного продукта.

Примечание. В соответствии с руководством по безопасности [4] или работами [5, 6] планировать эксперимент следует по входному продукту, если УЕ входного продукта больше по массе УЕ выходного продукта (т.е. количество УЕ входного продукта меньше, чем выходного продукта). В противном случае следует планировать эксперимент по количеству выходного продукта.

Для перевода в относительные единицы левую и правую части выражения (8) следует разделить на количество входного продукта и умножить на 100. В этом случае результат будет в процентах:

$$\Delta_{\text{НП}}(\%) = 100\Delta_{\text{НП}} / \bar{x}_{\text{ВХ}} n_{\text{ВХ}} = 100\sqrt{\left(n_{\text{ВХ}} S_{\text{ВХ}} t_{\alpha,k} / \sqrt{n_{\text{ВХ}}}\right)^2 + \left(n_{\text{ВЫХ}} S_{\text{ВЫХ}} t_{\alpha,k} / \sqrt{n_{\text{ВЫХ}}}\right)^2} / \bar{x}_{\text{ВХ}} n_{\text{ВХ}} .$$

(9)

Итак, для планирования эксперимента по определению количества “неизмеренных потерь” на данном технологическом переделе необходимо:

- установить в соответствии с Основными правилами учета и контроля ядерных материалов (НП-030-05) требования к достоверности данных [вероятность оцениваемой величины “неизмеренных потерь”  $P = 0,95$  при доверительной вероятности  $\gamma = 0,9$  или, используя выражение  $\gamma = 1 - (\alpha + \beta)/2$ , можно задать ошибки первого ( $\alpha = 0,1$ ) и второго ( $\beta = 0,1$ ) рода];

## Статьи

- определить в соответствии с приложением к руководству по безопасности [4] или работами [5, 6] количество УЕ входного (выходного) продукта;
- определить количество перерабатываемого продукта в данной технологической операции как произведение массы УЕ на количество УЕ входного (выходного) продукта;
- определить количество УЕ выходного (входного) продукта;
- осуществить переработку выбранного количества продукта с измерением всех УЕ входного и выходного продуктов;
- определить по данным измерений, используя выражения (5) – (9), количество “неизмеренных потерь” и ошибку оценки “неизмеренных потерь” с заданными значениями вероятности и доверительной вероятности.

### Пример

Пусть в ЗБМ поступил продукт в виде контейнеров с порошком двуокиси урана с обогащением по урану-235, равным 2,2%. Данные статистической обработки паспортов на упаковки приведены в табл. 1. Контейнеры опечатаны свинцовыми пломбами завода-изготовителя и снабжены устройствами индикации вмешательства в виде наклеенных на место разъема корпуса и крышки полосок с бар-кодом с уникальным идентификатором. Входной контроль контейнеров показал, что повреждений устройств индикации вмешательства и пломб нет. В связи с этим данные завода-изготовителя приняты для учета в ЗБМ.

Таблица 1

Наименование, обозначение страты ЯМ	Общая масса лигатуры в страте, г	Общая масса учитываемого ЯМ в страте, г	Количество УЕ в страте, шт.	Данные по УЕ в страте			
				$\bar{X}_g$ лигатуры, г	$S_g$ лигатуры, г	$\bar{X}_g$ учитываемого изотопа, г	$S_g$ учитываемого изотопа, г
Страта 1С, продукт с обогащением по $^{235}\text{U}$ – 2,2%	4603255	89268	230	20014	50,03	388,1	9,6

Порошок двуокиси урана предназначен для переработки в таблетки с последующим их использованием при формировании тепловыделяющих элементов. Первая технологическая операция переработки – прессование сырых таблеток – производится на автоматическом, установленном в “горячей” зоне роторном прессе (без доступа персонала во время его работы). Порошок двуокиси урана из распечатанных контейнеров помещают в приемное устройство, и дальнейшее обращение с ним происходит автоматически. Спрессованные таблетки из пресса поступают по транспортеру в перчаточный бокс, где из них формируют учетные единицы сырых таблеток (по 250 таблеток в одной упаковке). После этого упаковки извлекают из бокса и определяют учетные характеристики каждой УЕ. Масса каждой упаковки регламентирована и нанесена на ее внешнюю поверхность. Ожидаемая масса продукта в УЕ сырых таблеток 3760 г. Роторный пресс снабжен системой приточно-вытяжной вентиляции, поэтому ожидаются “неизмеренные потери” продукта, величину которых и необходимо определить. Регламентировано значение вероятности оценки “неизмеренных потерь”  $P = 0,95$  при рисках поставщика и заказчика (ошибки первого и второго рода)  $\alpha = 0,05$ ,  $\beta = 0,1$ . В связи с тем, что масса УЕ входного продукта больше массы УЕ выходного продукта, следует планировать объем наблюдений по входному продукту.

В качестве примера расчета объема выборки представим данные, полученные по методике, приведенной в руководстве по безопасности [4].

## Статьи

Например, требуется определить необходимый объем испытаний ЯМ в виде УЕ, сформированных из порошка двуокиси урана с обогащением по  $^{235}\text{U}$  – 2,2 %. Масса УЕ приблизительно 20 000 г по продукту. Количество УЕ 1750 шт. Задано, что количество ЯМ в УЕ подчиняется нормальному закону распределения.

Из ранее проведенных измерений известно, что генеральное значение коэффициента вариации массы УЕ поставляемого продукта  $\rho = 0,05$ . Задано также:

$$\Delta_a = 0,02; \Delta_\sigma = 0,3; \alpha = 0,05; \beta = 0,1.$$

Из табл.3 руководства по безопасности [4] определяем  $z_{0,975} = 1,96$  и  $z_{0,9} = 1,28$ . Тогда, в соответствии с формулой (10) из руководства по безопасности [4],

$$n_{M_x} = 0,05^2 (1,96 + 1,28)^2 / 0,02^2 \approx 67,$$

а согласно формуле (12) из [4],

$$n_\sigma = 1,5 + 0,5 (1,28 \cdot 1,3 + 1,96) / 0,3 \approx 75.$$

Окончательно принимаем  $n = 75$ .

Итак, воспользовавшись данными этого примера, примем количество УЕ входного продукта для испытаний с целью определения “неизмеренных потерь”  $n = 75$  шт.

Результаты измерения УЕ входного и выходного продуктов приведены в табл. 2.

Таблица 2

Наименование, обозначение страты ЯМ	Общая масса лигатуры в страте, г	Общая масса учитываемого ЯМ в страте, г	Количество УЕ в страте, шт.	Данные по УЕ в страте			
				$\bar{X}_g$ лигатуры, г	$S_g$ лигатуры, г	$\bar{X}_g$ учитываемого изотопа, г	$S_g$ учитываемого изотопа, г
Страта 1С, продукт с обогащением по $^{235}\text{U}$ – 2,2% (входной продукт)	1501350	29145	75	20018	50,1	388,6	9,65
Страта 2С, продукт с обогащением по $^{235}\text{U}$ – 2,2% (выходной продукт)	1486582	28853	395	3763,5	9,45	73,04	1,83

Поскольку рассматриваемый ЯМ относится к низкообогащенному урану, то все дальнейшие расчеты будем вести по данным для учитываемого изотопа (нуклида).

Подставив представленные в табл. 2 значения в выражения (5), (6), (8) и (9), получим:

$$\begin{aligned} \bar{x}_{\text{вх}} n_{\text{вх}} - \bar{x}_{\text{вых}} n_{\text{вых}} &= M_{\text{НП}} = 29145 - 28853 = 292; \\ 100(\bar{x}_{\text{вх}} n_{\text{вх}} - \bar{x}_{\text{вых}} n_{\text{вых}}) / \bar{x}_{\text{вх}} n_{\text{вх}} &= 100M_{\text{НП}} / \bar{x}_{\text{вх}} n_{\text{вх}} = 100 \cdot 292 / 29145 = 1,002\%; \\ \Delta_{\text{НП}} &= \sqrt{\left(n_{\text{вх}} S_{\text{вх}} t_{\alpha,k} / \sqrt{n_{\text{вх}}}\right)^2 + \left(n_{\text{вых}} S_{\text{вых}} t_{\alpha,k} / \sqrt{n_{\text{вых}}}\right)^2} = \\ &= \sqrt{\left(75 \cdot 9,65 \cdot 2,38 / \sqrt{75}\right)^2 + \left(395 \cdot 1,83 \cdot 2,336 / \sqrt{395}\right)^2} = 216,17; \\ \Delta_{\text{НП}} (\%) &= 100\Delta_{\text{НП}} / \bar{x}_{\text{вх}} n_{\text{вх}} = 100 \sqrt{\left(n_{\text{вх}} S_{\text{вх}} t_{\alpha,k} / \sqrt{n_{\text{вх}}}\right)^2 + \left(n_{\text{вых}} S_{\text{вых}} t_{\alpha,k} / \sqrt{n_{\text{вых}}}\right)^2} / \bar{x}_{\text{вх}} n_{\text{вх}} = \end{aligned}$$

## Статьи

$$= 100 \cdot 216,17 / 29145 = 0,74\%.$$

Таким образом, для дальнейших расчетов “неизмеренных потерь” следует принять следующую норму: НП = (1,002 ± 0,74)%.

## **Литература**

1. Смирнов Н. В., Дунин-Барковский И. В. Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений. М.: Наука, 1965.
2. Дунин-Барковский И. В., Смирнов Н. В. Теория вероятностей и математическая статистика в технике. М.: Гостехиздат, 1955.
3. Худсон Д. Статистика для физиков. М.: Мир, 1970.
4. Руководство по безопасности. Методические рекомендации по проведению физической инвентаризации ядерных материалов на ядерных установках и в пунктах хранения ядерных материалов. РБ-026-04.
5. Шор Я.Б., Кузьмин Ф.И. Таблицы для анализа и контроля надежности. М.: Советское радио, 1968.
6. Степнов М.Н. Статистическая обработка результатов механических испытаний. М.: Машиностроение, 1972.